

## Задаци за први колоквијум из Физичке хемије 2

1. Наћи енергије прве четири линије Балмерове серије у спектру атома водоника.

Решење:

Формула која описује таласне бројеве серија у спектру атому водоника дата је следећим изразом

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

где је

$$R_H = R_0 \left( \frac{m_p}{m_e + m_p} \right) = 109737 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} \cdot \left( \frac{1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} + 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \right) = \\ = 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$$

$$R_0 = 109737 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$$

где је  $\tilde{\nu}$  таласни број линије,  $R_0$  Ридбергова константа,  $n$  представља фиксни члан за одређену серију, док је  $m$  променљиви члан.

Пошто је у питању Балмерова серија то је фиксни члан  $n$  једнак двојци, док  $m$  узима вредности 3, 4, 5, 6 ...

Релација која повезује енергију и таласни број је:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = hc\tilde{\nu}$$

Стога су енергије прве четири линије Балмерове серије дате изразима

$$E_1 = R_H hc \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} * 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} * 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)$$

$$E_2 = R_H hc \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} * 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} * 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)$$

$$E_3 = R_H hc \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} * 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} * 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)$$

$$E_4 = R_H hc \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) = 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} * 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} * 2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)$$

односно

$$E_1 = 3.023 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1.89 \text{ eV}$$

$$E_2 = 4.081 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.55 \text{ eV}$$

$$E_3 = 4.573 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.85 \text{ eV}$$

$$E_3 = 4.837 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.02 \text{ eV}$$

2. Прелазом са којег нивоа у Пашеновој серији у спектру атома водоника настаје фотон таласне дужине 1093 nm?

Решење:

Таласни бројеви у Пашеновој серији у спектру атома водоника дати су следећим изразом:

$$\tilde{\nu} = R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ где } m \text{ узима вредности } 4, 5, 6 \dots$$

Таласни број и таласна дужина су повезани релацијом

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$$

Наш задатак се своди на одређивање вредности боја  $m$  за дату таласну дужину

$$\lambda = \frac{1}{R_H \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right)}$$

$$\frac{1}{m} = \sqrt{\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\lambda R_H}} = \sqrt{\frac{1}{9} - \frac{1}{1093 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}}} = 1.667 \cdot 10^{-2}$$

$$m = 6$$

3. Светлост таласне дужине 125 nm избија из неког метала електрон чија је брзина  $1,6 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$ . Наћи излазни рад за поменути метал.

Решење:

Ајнштајнова једначина за фотоелектрични ефекат повезује енергију фотона, излазни рад и кинетичку енергију емитованог електрона:

$$h\nu = A_i + E_k = A_i + \frac{mv^2}{2}$$

$$h\frac{c}{\lambda} = A_i + \frac{mv^2}{2}$$

$$A_i = h\frac{c}{\lambda} - \frac{mv^2}{2} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{125 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - \frac{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1.6 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1})^2}{2}$$

$$A_i = 4.21 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.62 \text{ eV}$$

4. Наћи однос таласних бројева граница серија за Лајман 2 серију ( $n=2$ ) у спектрима  $\text{He}^+$  и Балмерову серију у спектрима атома водоника.

Решење:

Границу неке серије налазимо када узмемо да је  $m$  бесконачно велико. Тада се други члан у Балмеровој формули губи тако да добијамо

За водоник

$$\tilde{\nu}_H = \frac{R_0}{n^2} \mu_H = \frac{R_0}{2^2} \left( \frac{m_p}{m_e + m_p} \right)$$

За јон  $\text{He}^+$

$$\tilde{\nu}_{\text{He}^+} = \frac{R_0 Z^2}{n^2} \mu_{\text{He}^+} = \frac{R_0 2^2}{2^2} \mu_{\text{He}^+} = \left( \frac{m_{\text{jHe}}}{m_e + m_{\text{jHe}}} \right) R_0$$

$$\frac{v_{He^+}}{v_H} = \frac{\left(\frac{m_{jHe}}{m_e + m_{jHe}}\right) R_0}{\frac{R_0}{2^2} \left(\frac{m_p}{m_e + m_p}\right)} = 4 \frac{\left(\frac{m_{jHe}}{m_e + m_{jHe}}\right)}{\left(\frac{m_p}{m_e + m_p}\right)} =$$

$$= 4 \frac{\left(\frac{(2 \cdot 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 2 \cdot 1.674 \cdot 10^{-27} \text{ kg})}{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} + (2 \cdot 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 2 \cdot 1.674 \cdot 10^{-27} \text{ kg})}\right)}{\left(\frac{1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} + 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}\right)}$$

$$\frac{v_{He^+}}{v_H} = 4.0016$$

5. Израчунати таласну дужину електрона који је убрзан потенцијалном разликом од 40 kV.

Решење:

Електрон бива убрзан под дејством разлике потенцијала тако да има кинетичку енергију

$$eU = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{m_e^2 v^2}{2m_e} = \frac{p^2}{2m_e}$$

па је

$$p = \sqrt{2m_e eU}$$

Из Де Брољеве релације имамо

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 40 \cdot 10^3 \text{ V}}}$$

$$\lambda = 6.1325 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 6.13 \text{ pm}$$

6. Која је најкраћа таласна дужина у а)Брекитовој, б)Пашеновој серији

Решење:

Најкраћој таласној дужини у Брекитовој серији одговара највећи таласни број те серије-што одговара граници серије

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{\tilde{\nu}} = \frac{1}{R_H} \left( \frac{1}{\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty^2}} \right) = \frac{1}{109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}} \cdot \frac{1}{0.0625} = 1.459 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1.46 \mu\text{m}$$

док је за Пашенову серију:

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{\tilde{\nu}} = \frac{1}{R_H} \left( \frac{1}{\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty^2}} \right) = \frac{1}{109677 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}} \cdot \frac{1}{0.111} = 8.206 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 820 \text{ nm}$$

~~7. Који водонику сличан јон има разлику таласних дужина између прве линије у “Балмеровој” серији и прве линије у “Лајмановој” серији  $\Delta\lambda = 59.3 \text{ nm}$~~

~~Решење:~~

~~Таласне дужине линија спектралних серија за водонику сличне јоне дате су изразом:~~

$$\lambda = \frac{1}{RZ^2} \left( \frac{1}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}} \right)$$

~~где је  $Z$  наелектрисање језгра. Стога је наш задатак да нађемо овај број. Пошто не знамо о ком се јону ради, користићемо  $R_0$  вредност Ридбергове константе.~~

~~Прва линија “Балмерове” серије има таласну дужину~~

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} = \frac{1}{RZ^2} \left( \frac{1}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}} \right) = \frac{1}{109737 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} Z^2} \frac{36}{5}$$

~~Прва линија “Лајманове” серије има таласну дужину~~

$$\lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{RZ^2} \left( \frac{1}{\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}} \right) = \frac{1}{109737 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} Z^2} \frac{4}{3}$$

~~Разлика ових таласних дужина је~~

$$\lambda_{3 \rightarrow 2} - \lambda_{2 \rightarrow 1} = \frac{1}{109737 \cdot 10^2 \cdot m^{-1} \cdot Z^2} \left( \frac{36}{5} - \frac{4}{3} \right) = 5.95 \frac{1}{109737 \cdot 10^2 \cdot m^{-1} \cdot Z^2}$$

$$Z = \sqrt{\frac{5.95}{109737 \cdot 10^2 \cdot m^{-1} \cdot 59.3 \cdot 10^{-9}}} = 3.02 \approx 3$$

Ради се о  $\text{Li}^{2+}$ .

8. Одредити разлику таласних дужина  $K_\alpha$  и  $L_\alpha$  линије  ${}_{28}\text{Ni}$  ако су константе заклањања  $a = 1$  и  $a = 7,3$  респективно.

Решење:

Таласни број  $K_\alpha$  линије

$$\tilde{\nu}_{K_\alpha} = R(Z - a)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 109737 \cdot 10^2 \cdot m^{-1} \cdot (28 - 1)^2 \frac{3}{4} = 6 \cdot 10^9 \cdot m^{-1}$$

$$\lambda_{K_\alpha} = \frac{1}{\tilde{\nu}_{K_\alpha}} = 1.67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Таласни број  $L_\alpha$  линије

$$\tilde{\nu}_{L_\alpha} = R(Z - a)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 109737 \cdot 10^2 \cdot m^{-1} \cdot (28 - 7.3)^2 \frac{5}{36} = 1.097 \cdot 10^7 \cdot m^{-1}$$

$$\lambda_{L_\alpha} = \frac{1}{\tilde{\nu}_{L_\alpha}} = 9 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$\lambda_{L_\alpha} - \lambda_{K_\alpha} = 9 \cdot 10^{-8} \text{ m} - 1.67 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 8.98 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$