

Задаци за пети колоквијум из Физичке хемије 2
Радиохемија

1. Израчунати активност 1 mg ^{226}Ra , ако је његово време полураспада 1620 година.
2. Узорак од 10 mg ^{226}Ra затворен је у евакуисаном суду чија је запремина 0,5 dm³. Као продукт алфа-распада овог радиоизотопа настаје ^{222}Rn . Израчунати укупан притисак у систему на 25°C после 20 година, ако се и радон и хелијум понашају као идеални гасови. Време полураспада ^{226}Ra је 1620 година.
3. ^{18}F је позитронски емитер који се користи у медицини за детекцију метастаза и запаљенских процеса у организму. Његово време полураспада износи 110 минута. Активност која се интравенозно даје пацијенту приликом ПЕТ (позитронска емисиона томографија) износи 2 μCi . Узимајући у обзир да време обраде у постројењу за производњу траје 30 минута и да се изотоп до места примене транспортује 0,2 часа, израчунати колику је активност ^{18}F потребно произвести у постројењу.
4. У природном саставу уранијума, ^{238}U учествује са 99,27 %, ^{235}U са 0,72 % и ^{234}U са 0,01 %. Израчунати активност 1 грама природног уранијума ако су времена полураспада $4,5 \cdot 10^9$ година (^{238}U), $7,10 \cdot 10^8$ година (^{235}U) и $2,44 \cdot 10^5$ година (^{234}U).
5. Да би се уранијум користио као гориво у нуклеарном реактору неопходно је садржај ^{235}U повећати до 3 %. Колико пута је већа активност гориве шипке начињене од обogaћеног уранијума чија је маса 100 грама, од активности исте масе природног уранијума. Времена полураспада изотопа уранијума су $4,5 \cdot 10^9$ година (^{238}U), $7,10 \cdot 10^8$ година и (^{235}U) и $2,44 \cdot 10^5$ година (^{234}U).
6. Неки радиоактивни извор мерен помоћу Гајгер-Милеровог бројачан даје одброј 250 импулса по минути (imp min^{-1}). Мртво време бројача износи $2,35 \cdot 10^{-6} \text{ min imp}^{-1}$, док је одброј околине (фон) 8 imp min^{-1} . Израчунати активност извора, ако је ефикасност ГМ бројача 2,3 %.
7. Неки радиактивни изотоп ${}_Z\text{X}^A$ распада се емисијом алфа честице. Његов потомак се дезинтегрише β^- распадом. Који изотоп настаје као продукт ова два распада?
8. Колико се алфа-честица емитује из 10 грама ^{238}U у току 200 година. Време полураспада ^{238}U је $4,5 \cdot 10^9$ година. За колико се за то време смањила активност узорка?

1.

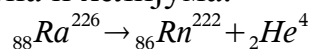
$$A = \lambda N = \lambda \frac{m}{M} N_A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \frac{m}{M} N_A$$

$$A = \frac{\ln 2}{(1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})} \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ g}}{226 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$A = 3.61 \cdot 10^7 \text{ Bq} \approx 1 \text{ mCi}$$

2.

Укупан притисак у ситему потиче од радона и хелијума. Значи као прво морамо наћи број насталих молова радона и хелијума:



$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N_{\text{Rn}} = N_{\text{He}} = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$N_{\text{Rn}} = N_{\text{He}} = \frac{m_{\text{Ra}}}{M_{\text{Ra}}} \cdot N_A (1 - e^{-\lambda t})$$

$$n_{\text{Rn}} = n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{Ra}}}{M_{\text{Ra}}} (1 - e^{-\lambda t}) = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ g}}{226 \text{ g mol}^{-1}} (1 - e^{-\frac{\ln 2}{1620 \text{ y}} \cdot 20 \text{ y}})$$

$$n_{\text{Rn}} = n_{\text{He}} = 4.387 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V} = (n_{\text{Rn}} + n_{\text{He}}) \frac{RT}{V} = \frac{2 \cdot 4.387 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot 8.31441 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 298 \text{ K}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}$$

$$P = 433.89 \text{ Pa}$$

3. Од нас се тражи да израчунамо почетну активност радиоизотопа, т.ј. активност на завршетку процеса производње. Решавање овог задатка захтева примену закона радиоактивног распада:

$$A = A_0 e^{-\lambda \cdot t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}}$$

$$A_0 = A e^{\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}}$$

$$A = 2 \mu Ci = 7.4 \cdot 10^4 Bq$$

$$A_0 = A e^{\frac{\ln 2 \cdot t_1}{t_{1/2}}} \cdot e^{\frac{\ln 2 \cdot t_2}{t_{1/2}}} = A e^{\frac{\ln 2 \cdot (t_1 + t_2)}{t_{1/2}}}$$

$$A_0 = 7.4 \cdot 10^4 Bq e^{\frac{\ln 2 \cdot (30 + 12) \text{ min}}{110 \text{ min}}}$$

$$A_0 = 9.64 \cdot 10^4 Bq = 2.60 \mu Ci$$

4.

$$\omega(^{238}\text{U}) = 0.9927$$

$$\omega(^{235}\text{U}) = 0.0072$$

$$\omega(^{234}\text{U}) = 0.0001$$

$$t_{1/2}(^{238}\text{U}) = 4.5 \cdot 10^9 \text{ y}$$

$$t_{1/2}(^{235}\text{U}) = 7.1 \cdot 10^8 \text{ y}$$

$$t_{1/2}(^{234}\text{U}) = 2.44 \cdot 10^5 \text{ y}$$

Масе одговарајућих изотопа у 1 граму природног уранијума су :

$$m(^{238}\text{U}) = 0.9927 \text{ g}$$

$$m(^{235}\text{U}) = 0.0072 \text{ g}$$

$$m(^{234}\text{U}) = 0.0001 \text{ g}$$

Односно одговарајуће активности које припадају изотопима су :

$$A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A$$

$$A(^{238}\text{U}) = \frac{\ln 2}{4.5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.9927 \text{ g}}{238 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1.22 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

$$A(^{235}\text{U}) = \frac{\ln 2}{7.1 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.0072 \text{ g}}{235 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 5.71 \cdot 10^2 \text{ Bq}$$

$$A(^{234}\text{U}) = \frac{\ln 2}{2.44 \cdot 10^5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.0001 \text{ g}}{234 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2.32 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{tot}} = A(^{238}\text{U}) + A(^{235}\text{U}) + A(^{234}\text{U}) = (1.22 \cdot 10^4 + 5.71 \cdot 10^2 + 2.32 \cdot 10^4) \text{ Bq}$$

$$A_{\text{tot}} = 3.60 \cdot 10^4 \text{ Bq} = 0.972 \mu \text{ Ci}$$

5.

$$A_{\text{nat}}(^{238}\text{U}) = \frac{\ln 2}{4.5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{99.27 \text{ g}}{238 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1.22 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{nat}}(^{235}\text{U}) = \frac{\ln 2}{7.1 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.72 \text{ g}}{235 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 5.71 \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{nat}}(^{234}\text{U}) = \frac{\ln 2}{2.44 \cdot 10^5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.01 \text{ g}}{234 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2.32 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{tot}} = A(^{238}\text{U}) + A(^{235}\text{U}) + A(^{234}\text{U}) = (1.22 \cdot 10^4 + 5.71 \cdot 10^2 + 2.32 \cdot 10^4) \text{ Bq}$$

$$A_{\text{nat.tot}} = 3.60 \cdot 10^4 \text{ Bq} = 97.2 \mu \text{ Ci}$$

Претпоставићемо да се масени проценат ^{235}U повећава на рачун процента ^{238}U . стога је нови изотопски састав:

$$\omega(^{238}\text{U}) = 0.9699$$

$$\omega(^{235}\text{U}) = 0.03$$

$$\omega(^{234}\text{U}) = 0.0001$$

Масе одговарајућих изотопа у 100 грама обогаћеног уранијума су :

$$m(^{238}\text{U}) = 96.99 \text{ g}$$

$$m(^{235}\text{U}) = 3.0 \text{ g}$$

$$m(^{234}\text{U}) = 0.01 \text{ g}$$

Односно одговарајуће активности које припадају изотопима су :

$$A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A$$

$$A_{\text{enr}}(^{238}\text{U}) = \frac{\ln 2}{4.5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{96.99 \text{ g}}{238 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1.20 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{enr}}(^{235}\text{U}) = \frac{\ln 2}{7.1 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{3 \text{ g}}{235 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2.38 \cdot 10^5 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{enr}}(^{234}\text{U}) = \frac{\ln 2}{2.44 \cdot 10^5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{0.01 \text{ g}}{234 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2.32 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

$$A_{\text{enr.tot}} = A(^{238}\text{U}) + A(^{235}\text{U}) + A(^{234}\text{U}) = (1.20 \cdot 10^6 + 2.38 \cdot 10^5 + 2.32 \cdot 10^6) \text{ Bq}$$

$$A_{\text{enr.tot}} = 3.76 \cdot 10^6 \text{ Bq} = 101.6 \mu \text{ Ci}$$

$$\frac{A_{\text{enr.tot}}}{A_{\text{nat.tot}}} = \frac{101.6 \mu \text{ Ci}}{97.2 \mu \text{ Ci}} = 1.045$$

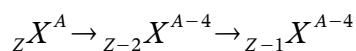
6. Користимо израз за корекцију одброја на мртво време и одброј који потиче од основне активности:

$$R^i = R + R^2 \tau - R_0 = 250 \text{ imp min}^{-1} + (250 \text{ imp min}^{-1})^2 \cdot 2.35 \cdot 10^{-6} \text{ min imp}^{-1} - 8 \text{ imp min}^{-1}$$

$$R^i = 242.2 \text{ imp min}^{-1} = 4 \text{ imp s}^{-1}$$

$$A = \frac{R^i}{\epsilon} = \frac{4 \text{ imp s}^{-1}}{0.023} = 173.9 \text{ Bq}$$

7.



8.

Колико се алфа-честица емитује из 10 грама ^{238}U у току 200 година. Време полураспада ^{238}U је $4,5 \cdot 10^9$ година. За колико се за то време смањила активност узорка?

$$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}}$$

број емитованих алфа честица је :

$$N_{\alpha} = N_0 - N = N_0 - N_0 e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}} = N_0 (1 - e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}}) = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}}}$$

$$N_{\alpha} = \frac{10 \text{ g}}{238 \text{ g mol}^{-1}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot (1 - e^{-\frac{\ln 2 \cdot 200 \text{ y}}{4.5 \cdot 10^9 \text{ y}}}) = 7.75 \cdot 10^{14}$$

$$\Delta A = A_0 - A = \lambda \cdot N_{\alpha} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_{\alpha}$$

$$\Delta A = A_0 - A = \frac{\ln 2}{4.5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \cdot 7.75 \cdot 10^{14} = 3.78 \cdot 10^{-3} \text{ Bq}$$